

CC2

Documents, calculatrices et portables interdits. Les réponses doivent être accompagnées d'une justification.

Durée : 1h

Exercice 1. a) Calculer les dérivées des fonctions suivantes. Préciser l'ensemble de définition de chaque fonction dérivée.

i) $f : x \mapsto e^{\sin x}$ ii) $g : x \mapsto \frac{x^2}{x+1}$

b) En déduire $\lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{e^{\sin x} - e}{x - \frac{\pi}{2}}$

Exercice 2. On définit sur $]0, +\infty[$ la fonction $u : x \mapsto \sqrt{x} \ln(x)$. On rappelle que x_0 est un point critique de u si $u'(x_0) = 0$.

a) Calculer $u'(x)$ (pour $x > 0$) et déterminer le(s) point(s) critique(s) de u .

b) Déterminer la limite de u en $+\infty$.

c) On admet que u admet pour limite 0 en 0 (à droite). Dresser le tableau de variation de u .

d) Trouver une condition nécessaire et suffisante sur le nombre réel m pour que l'équation (d'inconnue x) $\sqrt{x} \ln(x) = m$ ait au moins une solution dans $]0, +\infty[$.

Exercice 3. a) Résoudre l'équation $4^x = 3^{x+2}$.

b) Résoudre l'inéquation $2e^{3x} \leq 3e^{2x}$

Exercice 4. a) Calculer la dérivée et la dérivée seconde de la fonction

$$v : x \mapsto \cos(2x) - \cos(x).$$

b) Ecrire la formule de Taylor-Young en 0 à l'ordre 2 pour la fonction v .

c) En déduire $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{v(x)}{x^2}$.

Barème indicatif : Ex 1 : 4,5 ; Ex 2 : 6,5 ; Ex 3 : 4 ; Ex 4 : 5