Université d'Avignon – Faculté des Sciences Année 2020-2021

L1S2 Analyse 2

CONTROLE CONTINU 1

Durée : 1h. Tous documents, calculatrices (sauf type collège) et téléphones interdits. La note tiendra compte de la rédaction.

Exercice 1. On considère la suite (u_n) définie par :

$$u_0 = 1, u_1 = 1 \quad \forall n \geq 0,\ u_{n+2} = u_{n+1} + u_n\,.$$

Montrer que l'inégalité suivante est vraie

$$\forall n \in \mathbb{N}\ u_n \leq \left(\frac{7}{4}\right)^n\,.$$

Exercice 2.

La suite de terme général $u_n = (1 + (-1)^n)n$, est-elle minorée ? majorée ? monotone ? Justifier toutes vos réponses.

Exercice 3. Pour chaque suite, dire si elle est de type connu et, quand cela est possible, l'exprimer explicitement.

1. $u_1 = 2$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = u_n - 5$;
2. $u_1 = 1$ et $u_{n+1} = n^2 u_n$, pour tout $n \geq 1$;
3. $u_0 = 2$ et $u_{n+1} = 3u_n - 1$. [*On pourra donner la formule sans justifier ou retrouver la formule, ce qui sera valorisé hors barème. Vous pouvez utiliser la méthode de votre choix pour retrouver la formule, voici une indication pour la méthode utilisée dans le cours (Indication : on pourra commencer par déterminer une suite constante égale à l, solution de la relation de récurrence, puis déterminer le type de $(u_n - l)$)* .]

Exercice 4. Déterminer la nature et la limite éventuelle des suites de termes généraux :

1. $u_n = \dfrac{3+n}{1+n}\left(1 - \dfrac{9}{n^2}\right)$;
2. $u_n = \sqrt{n^2 + 3n + 3} - \sqrt{n^2 + n + 1}$;
3. $u_n = \dfrac{5^n - 3^n}{5^n + 3^n}$;
4. **Question bonus :** $u_n = (-1)^n + \dfrac{1}{n+1}$.

Barème indicatif : Ex 1/4,5 Ex 2/4 Ex 3/5,5 Ex 4/6,5