Université d'Avignon - Faculté des Sciences — Année 2022-2023

L1S2 - Analyse 2

TD 2

Exercice 1. Montrer, à l'aide de la définition, que la suite de terme général $u_n = \dfrac{n+1}{2n+3}$ a pour limite 1/2.

Exercice 2. Montrer, à l'aide de la définition, que la suite determe gééral $u_n = \dfrac{2n+1}{n+2}$ a pour limite 2.

Exercice 3. Soit la suite géométrique de raison 1/4 et de premier terme $u_1 = 2$. Exprimer le n-ième terme en fonction du $(n-1)$-ième puis en fonction de n. Etudier la monotonie de cette suite. Cette suite est-elle convergente ?

Exercice 4. Soit la suite arithmétique de raison 5 et de premier terme $u_1 = 1$. Exprimer le n-ième terme en fonction du $(n-1)$-ième puis en fonction de n. Etudier la monotonie de cette suite. Cette suite est-elle convergente ?

Exercice 5.
La suite $\left(\dfrac{\cos n}{n+1}\right)$ est-elle convergente ?

Exercice 6.
La suite $\left(-\dfrac{\sin n^2}{n+3}\right)$ est-elle convergente ?

Exercice 7. Déterminer la nature et la limite éventuelle des suites de termes généraux :
1) $u_n = \sqrt{n^2+3n+1} - \sqrt{n^2+2n+1}$; 2) $u_n = \dfrac{1-n}{n^2}$; 3) $u_n = \dfrac{2+n}{1+n}\left(1+\dfrac{8}{n^2}\right)$.

Exercice 8. Déterminer la nature et la limite éventuelle des suites de termes généraux :
1)$u_n = \dfrac{3^n - 2^n}{3^n + 2^n}$; 2) $u_n = \dfrac{1-n}{n}$; 3) $u_n = e^{-n^{\pi}} \cos(\pi/6)$.

Exercice 9. On considère la suite (u_n) définie par $u_n = e^{2n-1}$
1) Trouver le plus petit entier n_0 tel que $n \geq n_0 \Rightarrow |u_n| > 10^7$.
2) Démontrer que $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = +\infty$ en utilisant la définition.

Exercice 10. On considère la suite (u_n) définie par $u_n = \ln(2n^2+1)$
1) Trouver le plus petit entier n_0 tel que $n \geq n_0 \Rightarrow |u_n| > 10^7$.
2) Démontrer que $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = +\infty$ en utilisant la définition.

Exercice 11. Parmi les suites définies ci-dessous par leur terme général dire celles qui sont divergentes et trouver la limite de celles qui sont convergentes

$\dfrac{1-n^2}{n}$	$3n-7$
$n\sin^2(n\pi/2)$	$\dfrac{2n^3+n^2}{(1+n)^2}$
$\left(\dfrac{n}{1+n}\right)^{2n}$	$(n^4+2n^2)e^{1-n}$

Exercice 12. Parmi les suites définies ci-dessous par leur terme général dire celles qui sont divergentes et trouver la limite de celles qui sont convergentes

$\dfrac{1-n}{n^2}$	$3n^3-2n^2+n-5$
$\sqrt{n+1}-\sqrt{n}$	$\dfrac{\ln(n)}{n^{1/2}}$
$\left(n+\dfrac{1}{n}\right)^n$	$\dfrac{(\ln n)^\alpha}{n^\beta}$

Exercice 13. 1) Montrer que la suite $(\sin(n\frac{\pi}{2}))$ n' a pas de limite.

2) On considère la suite de terme général $u_n = \sin\frac{n\pi}{2} + \frac{1}{n}$. Construire trois suites extraites de (u_n) : une qui converge vers 0, une qui converge vers 1 et une qui converge vers -1.

Exercice 14. Soit q un entier au moins égal à 2. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on pose $u_n = \cos\frac{2n\pi}{q}$.

1) Montrer que $u_{n+q} = u_n$ pour tout n.
2) Calculer u_{nq} et u_{nq+1}. En déduire que (u_n) n'a pas de limite.