Université d'Avignon 2019-2020

Algèbre générale 2 Licence 1 Physique-Chimie

**CC1 : 4 mars 2020 : 14h30 - 16h (1h ; 1h20 pour les tiers temps)**

On attachera le plus grand soin à la présentation et aux calculs. Aucun document ni appareil numérique autorisé. Dans tout exercice, on peut admettre le résultat d'une question pour en traiter d'autres.

**Exercice 1.** *On considère la courbe d'équation*

$$\left\{\begin{array}{ll} x(t) & = 3t^3 + 2t^2 - 1 - 1, \\ y(t) & = 3t^2 + 2t + 1, \end{array}\right. \qquad t \in \mathbb{R}.$$

*1) Calculer pour $t \in \mathbb{R}$ le vecteur vitesse $(x'(t), y'(t))$.*

*2) Calculer l'équation de la tangente à la courbe au point de paramètre $t = -1$.*

*3) Montrer que la courbe $(x(t), y(t))$ admet un seul point double et le calculer.*

*<u>Indication</u> : on rappelle les identités remarquables $t^2 - s^2 = (t-s)(t+s)$ et $t^3 - s^3 = (t-s)(t^2 + st + s^2)$ ainsi que l'égalité $t^2 + st + s^2 = (t+s)^2 - st$.*

**Exercice 2.** *L'exercice est constituée de trois questions indépendantes.*

*1) Soit la fonction $f(x,y) = \cos(xy) + 2yx^2$ où $(x,y) \in \mathbb{R}^2$. Calculer les deux dérivées partielles $\frac{\partial f}{\partial x}(x,y)$ et $\frac{\partial f}{\partial y}(x,y)$.*

*2) Trouver les fonctions $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ de classe $C^1$ telles que pour tout $(x,y) \in \mathbb{R}^2$*

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = 1 + y^2 + x^3.$$

*3) Dans un circuit électrique RLC soumis à une tension, on peut associer la période propre du système*

$$T(L,C) = 2\pi\sqrt{LC},$$

*où $L > 0$ est l'inductance de la bobine et $C > 0$ est la capacité du condensateur. On suppose que l'on a une incertitude relative de 2% sur la mesure de $L$ et de $C$. Donner l'incertitude relative sur la mesure de la période.*

*<u>Indication</u> : on pourra au choix s'appuyer sur le calcul de la différentielle de $T$ ou bien de $\ln(T)$ en un point $(L_0, C_0)$ et appliquée à un vecteur quelconque $(L - L_0, C - C_0)$*

Barème indicatif : 3 points par question environ.