Lista de exercício: diagonalização de operadores

Exercício. Em cada um dos casos abaixo, calcule os autovalores e autovetores do operador (ou matriz), calcule seus auto-espaços associados e determine se ele é diagonalizável. Em caso afirmativo, diagonalize.

(a) $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, $T(x, y) = (y, 2y)$

(b) $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, $T(x, y) = (2y, x)$

(c) $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$, $T(x, y, z) = (x + y, 2x + y)$

(d) $T : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^4$,
$T(x, y, z) = (x, x + y, x + y + z, x + y + z + w)$

(e) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

(f) $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

(g) $\begin{pmatrix} -4 & -1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}$

(h) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

(i) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

(j) $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

(k) $\begin{pmatrix} 3 & -3 & -4 \\ 0 & 3 & 5 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

(l) $\begin{pmatrix} -1 & 4 & 14 \\ 2 & -7 & 14 \\ 2 & -4 & 11 \end{pmatrix}$

(m) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

(n) $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \\ 12 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

(o) $\begin{pmatrix} -9 & 4 & 4 \\ -8 & 3 & 4 \\ -16 & 8 & 7 \end{pmatrix}$

(p) $\begin{pmatrix} 6 & -3 & -2 \\ 4 & -1 & -2 \\ -10 & -5 & -3 \end{pmatrix}$

(q) $\begin{pmatrix} 2 & 6 & 3 \\ -3 & 7 & -3 \\ 6 & 12 & 5 \end{pmatrix}$

(r) $\begin{pmatrix} -2 & -1 & 2 \\ -3 & 0 & 2 \\ -8 & 4 & 7 \end{pmatrix}$