

## Lista de exercícios 12 - Quádricas

**Exercício 1.** Nos exercícios abaixo, identifique, descreva e esboce as superfícies dadas.

- (a)  $x^2 + y^2 + z^2 - 2z = 0$       (c)  $x^2 - y^2 + z^2 = -1$       (e)  $x^2 - y^2 + z^2 = 0$   
 (b)  $x^2 + y^2 = -(4 - z)$       (d)  $x^2 - y^2 + z^2 = 1$       (f)  $x^2 - z^2 = y$

**Exercício 2.** Determine as possibilidades de interseção do hiperbolóide de uma folha  $x^2 + y^2 - z^2 = -1$  com o plano  $x + mz = 1$ , dependendo dos valores de  $m$ .

**Exercício 3.** Escreva as equações dos planos tangentes à esfera  $(x-3)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 25$  e paralelo ao plano  $4x + 3z - 17 = 0$ .

**Exercício 4.** Discuta, identifique e esboce as superfícies:

- (a)  $y^2 + z^2 = 4$       (c)  $x^2 + 4z^2 = 4z$       (e)  $z = y - 2$   
 (b)  $9x^2 - 9y^2 = 36$       (d)  $x^2 + 8y = 0$       (f)  $y = 3$

**Exercício 5.** Identifique, discuta e esboce as superfícies de equações:

- (a)  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$       (f)  $x^2 - y^2 + z^2 = 0$       (k)  $x^2 - 9y^2 = 9z^2$   
 (b)  $9x^2 - 4y^2 = 36 + 4z^2$       (g)  $x^2 - 9y^2 = 0$       (l)  $9x^2 + 4z^2 + 36y^2 = 0$   
 (c)  $y^2 - 4x = 0$       (h)  $x^2 = 2 - 2z - 8y^2$       (m)  $x^2 - 9y^2 = 9z^2$   
 (d)  $x^2 + z^2 = 4y^2$       (i)  $x^2 - 9y^2 = 9z$       (n)  $x^2 - 4 = 0$   
 (e)  $x^2 - y^2 + z = 0$       (j)  $4y = x^2 + 2z^2$       (o)  $x^2 + y^2 - 4x - 6y - 18z + 13 = 0$

**Exercício 6.** Escreva a equação da esfera cuja diâmetro é o segmento que une os pontos  $(1, 2, 3)$  e  $(2, -1, 0)$ .

**Exercício 7.** A reta  $r: y = 3x, z = 0$ , gira em torno do eixo  $Ox$  determinando uma superfície. Escreva a equação dessa superfície e a identifique.

**Exercício 8.** Mostre que a equação  $y^2 - z^2 = 0$  representa dois planos que se interceptam. Esboce. Obtenha a interseção desses planos.

**Exercício 9.** Obtenha as equações paramétricas da reta que contém o diâmetro da esfera  $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 6y + z = 11$  que é perpendicular ao plano  $5x - y + 2z = 17$ .

**Exercício 10.** Escreva as equações dos planos tangentes à superfície  $x^2 + y^2 + z^2 = 9$  e paralelos ao plano  $x + 2y - 2z + 15 = 0$ .

**Exercício 11.** Determine os valores de  $m$  para os quais a interseção do plano  $x + my - 2 = 0$  com o parabolóide elíptico  $\frac{x^2}{2} + \frac{z^2}{3} = y$  seja:

- (a) uma parábola      (c) uma elipse      (e) um ponto      (g) uma reta  
 (b) uma circunferência      (d) uma hipérbole      (f) duas retas      (h) vazia

**Exercício 12.** Determine condições sobre as constantes  $a$ ,  $b$  e  $c$  de modo que a superfície  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = -1$  passe a ser obtida pela rotação, em torno do eixo  $Ox$ , de uma hipérbole do plano  $xOz$ , com focos sobre o eixo  $Oz$ . Identifique e esboce a superfície obtida e a curva geratriz.

**Exercício 13.** Escreva a equação do cilindro circunscrito à esfera  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2z = 3$ , e cujas geratrizes são paralelas ao eixo  $Oz$ .

**Exercício 14.** Determine a equação e identifique a superfície gerada pela rotação da reta  $z = x, y = 2$  em torno da reta  $r : x = 0, y = 2$ .

**Exercício 15.** Os cilindros  $x^2 + z^2 + 4x - 6z + 9 = 0$  e  $y^2 + z^2 - 2y - 6z + 6 = 0$  são circunscritos à mesma esfera. Determine a equação dessa esfera.

**Exercício 16.** Uma esfera tem centro sobre o eixo  $Oz$  e no plano  $2x - 3y + 4z = 6$ , e é tangente ao plano  $xOy$ . Escreva sua equação.

**Exercício 17.** Determine a equação da esfera cujo centro é o ponto  $(3, 2, -2)$  e que é tangente ao plano  $x + 3y - 2z + 1 = 0$ .