

Lista de exercícios 4

Vetores, operações e bases ordenadas

Exercício 1. Para cada um dos vetores \vec{u} e \vec{v} abaixo, calcule $\vec{u} + \vec{v}$, $\vec{u} - \vec{v}$, $2\vec{u} - 3\vec{v}$, $\|\vec{u}\|$, $\|\vec{v}\|$, $\|\vec{u} + \vec{v}\|$, $\|\vec{u} - \vec{v}\|$, $\vec{u} \cdot \vec{v}$ e $(\vec{u} + \vec{v}) \cdot (\vec{u} - \vec{v})$. Normalize os vetores \vec{u} e \vec{v} .

- | | | |
|--|---|---|
| (a) $\vec{u} = (3, -1)$
$\vec{v} = (1, 4)$ | (f) $\vec{u} = (\sqrt{3}, -\sqrt{5})$
$\vec{v} = (0, 1)$ | (k) $\vec{u} = (0, -1, -\sqrt{5})$
$\vec{v} = (1, 2, 0)$ |
| (b) $\vec{u} = (3, 0)$
$\vec{v} = (1, 0)$ | (g) $\vec{u} = (\frac{1}{2}, -1)$
$\vec{v} = (1, \frac{2}{3})$ | (l) $\vec{u} = (1, 1, 1)$
$\vec{v} = (2, 2, 2)$ |
| (c) $\vec{u} = (1, -1)$
$\vec{v} = (-1, 1)$ | (h) $\vec{u} = (2, -3, 1)$
$\vec{v} = (-1, 0, 4)$ | (m) $\vec{u} = (0, 0, 1)$
$\vec{v} = (0, -1, 0)$ |
| (d) $\vec{u} = (1, 2)$
$\vec{v} = (3, 4)$ | (i) $\vec{u} = (1, -1, 1)$
$\vec{v} = (1, 2, 2)$ | (n) $\vec{u} = (1, -1, 0)$
$\vec{v} = (-1, -1, 0)$ |
| (e) $\vec{u} = (3, 1)$
$\vec{v} = (2, -4)$ | (j) $\vec{u} = (1, 0, 1)$
$\vec{v} = (1, 2, 0)$ | (o) $\vec{u} = (1, 0, -1)$
$\vec{v} = (1, \text{sen}(\pi/4), -\cos(5\pi/6))$ |

Exercício 2. Dados os vetores \vec{u} e \vec{v} abaixo, determine se $\{\vec{u}, \vec{v}\}$ é base de \mathbb{R}^2 . Em caso afirmativo, determine as coordenadas do vetor $\vec{w} = (1, -1)$ na base ordenada $\mathfrak{B} = (\vec{u}, \vec{v})$.

- | | | |
|---|--|---|
| (a) $\vec{u} = (3, -1)$
$\vec{v} = (1, 4)$ | (c) $\vec{u} = (1, -1)$
$\vec{v} = (-1, 1)$ | (e) $\vec{u} = (\sqrt{3}, -\sqrt{5})$
$\vec{v} = (0, 1)$ |
| (b) $\vec{u} = (3, 0)$
$\vec{v} = (1, 0)$ | (d) $\vec{u} = (1, 2)$
$\vec{v} = (1, -1)$ | (f) $\vec{u} = (\frac{1}{2}, -1)$
$\vec{v} = (1, \frac{2}{3})$ |

Exercício 3. Dados os vetores $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ abaixo, determine se $\{\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}\}$ é base de \mathbb{R}^3 . Em caso afirmativo, determine as coordenadas de $\vec{w} = (1, 0, -1)$ na base ordenada $\mathfrak{B} = (\vec{u}, \vec{v}, \vec{w})$.

- | | | |
|--|---|--|
| (a) $\vec{u} = (2, -3, 1)$
$\vec{v} = (-1, 0, 4)$
$\vec{w} = (1, 1, 1)$ | (c) $\vec{u} = (1, 0, 1)$
$\vec{v} = (2, 4, 0)$
$\vec{w} = (1, -2, 2)$ | (e) $\vec{u} = (1, 1, 1)$
$\vec{v} = (\frac{2}{3}, \frac{2}{3}, \frac{2}{3})$
$\vec{w} = (1, -1, 1)$ |
| (b) $\vec{u} = (1, -1, 1)$
$\vec{v} = (1, 2, 2)$
$\vec{w} = (1, \frac{1}{2}, \frac{3}{2})$ | (d) $\vec{u} = (0, -1, -\sqrt{5})$
$\vec{v} = (1, 2, 0)$
$\vec{w} = (1, 0, -1)$ | (f) $\vec{u} = (1, -1, 0)$
$\vec{v} = (-1, -1, 0)$
$\vec{w} = (1, 1, 0)$ |

Exercício 4. Em cada um dos casos abaixo, determine se os pontos A, B, C, D dados são vértices de um paralelogramo.

- | | | |
|---|---|--|
| (a) $A(1, 2), B(4, 6),$
$C(7, 8) \text{ e } D(4, 4)$ | (d) $A(-1, 2), B(3, 5),$
$C(6, 3) \text{ e } D(2, 0)$ | (g) $A(0, 0, 0), B(2, 1, 1),$
$C(4, 3, 2) \text{ e } D(2, 2, 1)$ |
| (b) $A(1, 0), B(3, 1),$
$C(5, 4) \text{ e } D(2, 3)$ | (e) $A(1, 1), B(4, 5),$
$C(7, 4) \text{ e } D(4, 0)$ | (h) $A(-1, 2, 3), B(3, 5, 6),$
$C(5, 8, 9) \text{ e } D(1, 5, 6)$ |
| (c) $A(0, 0), B(3, 1),$
$C(5, 4) \text{ e } D(2, 3)$ | (f) $A(1, 2, 3), B(4, 5, 6),$
$C(7, 8, 9) \text{ e } D(4, 5, 3)$ | (i) $A(1, 1, 1), B(3, 4, 5),$
$C(6, 7, 8) \text{ e } D(4, 4, 4)$ |