

**Epreuve de contrôle continu n°1**

durée : 1h - documents et calculatrices interdits

Justifier vos réponses en détaillant les calculs effectués

**Exercice 1.** (8 points)

Etant donné un nombre réel  $m$  on considère le système linéaire d'inconnues  $x, y, z$  :

$$(S) \begin{cases} x + y + (m + 1)z = 2 \\ mx + 2my + mz = m + 1 \\ x + (m + 1)y - 5z = 5. \end{cases}$$

Donner une condition nécessaire et suffisante portant sur  $m$  pour que ce système soit compatible. Cette condition étant vérifiée, déterminer en fonction de  $m$  l'ensemble des solutions du système et préciser la dimension de l'espace des solutions et le rang.

**Exercice 2.** (4 points)

Déterminer le rang de la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 & -1 \\ -4 & 3 & 0 & 1 \\ 2 & 5 & 4 & -1 \end{pmatrix}.$$

**Exercice 3.** (4 points)

Soit la matrice

$$M = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

1. Calculer  $M^2$ , puis en déduire  $M^3$  et  $M^4$ .
2. A l'aide de la question précédente montrer que  $M$  est inversible puis exprimer  $M^{-1}$ .

**Exercice 4.** (4 points)

Montrer que la matrice suivante est inversible et calculer son inverse :

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$