

CC1

Documents, calculatrices et portables interdits. Chaque réponse doit être accompagnée d'une justification.

Durée : 1h

- Exercice 1.** a) Tracer la courbe représentative de la fonction $f : x \mapsto |x + 1| + |x - 2|$.
b) La fonction f est-elle minorée? Est-elle majorée?
c) Déterminer l'ensemble des réels x tels que $|x + 1| + |x - 2| < 5$.

Exercice 2. On considère les fonctions $f : x \mapsto \sqrt{x + 1}$ et $g : x \mapsto \frac{1}{x^2} - 1$.

- a) Préciser l'ensemble de définition de f et l'ensemble de définition de g .
b) Déterminer l'ensemble de définition de $g \circ f$ et calculer $g \circ f(x)$.
c) Déterminer l'ensemble de définition de $f \circ g$ et calculer $f \circ g(x)$.

Exercice 3. Etudier la limite de la fonction f en a dans les trois cas suivants.

- a) $f(x) = \frac{-x^4 - x^3 + 2x}{x^4 + x^2 - x}$, $a = +\infty$;
b) $f(x) = \frac{x - 1}{x^2 - 1}$, $a = 1$;
c) $f(x) = \frac{\sqrt{x + 1} - \sqrt{1 - x}}{x}$, $a = 0$.

Exercice 4. On considère la fonction u définie sur \mathbb{R} par

$$u(x) = (\sin x)^2 + \sin(x/3) + \cos(x/4).$$

Montrer que u est T -périodique, pour une période T à préciser.

Exercice 5. a) Montrer, pour tout $y \in \mathbb{R} \setminus \{\frac{\pi}{2} + k\pi ; k \in \mathbb{Z}\}$, la formule

$$1 + (\tan y)^2 = \frac{1}{(\cos y)^2}.$$

b) Soit $x \in \mathbb{R}$. Trouver une expression simplifiée de $(\cos(\arctan(x)))^2$. En déduire une simplification de $\cos(\arctan(x))$.