

CC3

Documents, calculatrices et portables interdits. Les réponses doivent être accompagnées d'une justification.

Durée : 1h

Exercice 1. a) Calculer l'intégrale $I = \int_0^2 \frac{x}{x+1} dx$.

Indication : remarquer que $\frac{x}{x+1} = \frac{(x+1)-1}{x+1}$.

b) Effectuer le changement de variable $x = t^2$ dans l'intégrale $J = \int_0^4 \frac{1}{\sqrt{x+1}} dx$, puis calculer J .

Exercice 2. En utilisant une intégration par parties, calculer l'intégrale

$$K = \int_0^{\pi/2} (1 + 2x) \cos x dx .$$

Exercice 3. a) Résoudre l'équation différentielle $y' = -3y$.

b) Résoudre l'équation différentielle $y' = -3y + e^{2t}$.

Exercice 4. 1. a) Résoudre l'équation différentielle

$$y'' + \frac{3}{2}y' - y = 0 \tag{1}$$

b) Déterminer l'unique solution de (1) qui vérifie les conditions initiales $\begin{cases} y(0) = 1 \\ y'(0) = 0 \end{cases}$.

2. On considère à présent l'équation différentielle

$$y'' + \frac{3}{2}y' - y = t^2 - t \tag{2}$$

a) Déterminer une solution particulière de (2), polynomiale de degré 2.

b) Dédire des questions précédentes l'ensemble des solutions de (2).