

## Lista de exercícios 8 - Planos

**Exercício 1.** Obtenha as equações paramétricas e cartesiana do plano  $\pi$  que contém pontos  $P_1 = (-1, 1, -2)$ ,  $P_2 = (1, 2, 1)$  e  $P_3 = (1, 4, 3)$ . Verifique se os pontos  $A = (-1, 3, 0)$  e  $B = (1, 1, -2)$  pertencem a esse plano. Obtenha um ponto  $C$  do plano, distinto dos pontos dados.

**Exercício 2.** Obtenha as equações cartesiana e paramétricas do plano que passa por  $A = (1, 2, 3)$  e é paralelo aos vetores  $\vec{u} = \vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$  e  $\vec{v} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$ .

**Exercício 3.** Determine a equação normal do plano  $\pi$  que passa pelo ponto  $A = (1, 2, 3)$  e é paralelo ao plano  $\pi_1 : 3x - y + 2z + 5 = 0$ .

**Exercício 4.** Determine um vetor unitário normal a um plano paralelo a  $\vec{u} = 2\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$  e a  $\vec{v} = -\vec{i} + 3\vec{k}$ .

**Exercício 5.** Escreva as equações paramétricas do plano  $3x - y + 2z + 6 = 0$ .

**Exercício 6.** Seja  $\pi$  um plano cujas equações paramétricas são  $x = 4 - s + 2t$ ,  $y = 2 + s$  e  $z = 3s - t$ . Escreva a equação cartesiana do plano  $\pi$ .

**Exercício 7.** Determine a equação do plano que passa pelo ponto  $A = (1, 2, 0)$  e é perpendicular aos planos  $3x - y - 2z - 3 = 0$  e  $2x + y - 3z + 1 = 0$ .

**Exercício 8.** Determine a equação do plano  $\pi$  que contém os pontos  $A = (1, 2, 3)$  e  $B = (-2, 0, 6)$  e é paralelo ao vetor  $-\vec{i} + 3\vec{j}$ .

**Exercício 9.** Determine o ângulo entre o vetor  $\vec{u} = (1, -1, -3)$  e um vetor normal ao plano  $\pi$  cujas equações paramétricas são  $x = 2 - 3s + 2t$ ,  $y = 1 - 3s + t$  e  $z = 3 + s - 2t$ .

**Exercício 10.** Escreva as equações dos três planos coordenados.

**Exercício 11.** Escreva a equação do plano paralelo ao plano  $xOz$  e que passa pelo ponto  $P_0 = (1, 2, 3)$ .

**Exercício 12.** Escreva as equações paramétricas e cartesiana do plano determinado pelos pontos  $A = (3, 1, 2)$ ,  $B = (4, -1, -1)$  e  $C = (2, 0, 2)$ .

**Exercício 13.** Ache a equação do plano que contém o ponto  $A = (2, 1, -1)$  e é ortogonal ao vetor  $\vec{v} = \vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$ . Os pontos  $B = (-1, 1, 0)$  e  $C = (0, 1, -1)$  pertencem a esse plano? Justifique.

**Exercício 14.** Escreva as equações paramétricas do plano que passa pelo ponto  $P_0 = (1, 2, 2)$  e é paralelo aos vetores  $\vec{u} = (2, 1, -1)$  e  $v = (1, -1, -2)$ . Obtenha outro ponto desse plano.

**Exercício 15.** Escreva a forma normal e cartesiana do plano que contém os pontos  $A = (2, -1, 3)$  e  $B = (2, 1, 2)$  e é paralelo ao vetor  $\vec{v} = 3\vec{i} - \vec{j} - 4\vec{k}$ .

**Exercício 16.** Seja  $\pi$  o plano de equação  $2x - y - 3z = -5$ . Determine o valor de  $m$  para que o ponto  $P_0 = (m, m + 2, 2)$  pertença ao plano. Este plano passa pela origem? Como deveria ser a equação de um plano paralelo a esse, passando pela origem?

**Exercício 17.** Obtenha um vetor unitário normal ao plano  $3x - y + z = 4$ . Escreva as equações paramétricas desse plano.

**Exercício 18.** Obtenha um vetor de comprimento 15, normal ao plano  $x = 2 - 3s - t$ ,  $y = 1 + s - 2t$  e  $z = -s - t$ . Escreva a equação cartesiana do plano dado.

**Exercício 19.** O ponto  $A = (2, -1, -1)$  é o pé da perpendicular baixada da origem a um plano. Ache a equação desse plano.

**Exercício 20.** Encontre um vetor de comprimento  $2/3$  e que seja ortogonal ao plano que contém os pontos  $M = (1, 0, 0)$ ,  $N = (0, 2, 0)$  e  $Q = (0, 0, 3)$ . Escreva a equação cartesiana desse plano.

**Exercício 21.** Descreva e esboce o plano  $y = 3$ .

**Exercício 22.** Escreva a equação do plano que contém o eixo  $Oz$  e um vetor na direção da bissetriz do ângulo entre os vetores  $\vec{i}$  e  $\vec{j}$ . Esboce o plano.

**Exercício 23.** Escreva as equações cartesianas e paramétricas do plano que passa pela origem e é paralelo ao plano  $5x + 2y - 3z + 6 = 0$ . O ponto  $B = (1, 0, 1)$  pertence a esse plano?

**Exercício 24.** Determine as equações paramétricas e cartesianas do plano que contém os pontos  $A = (7, 2, -3)$  e  $B = (5, 6, -4)$  e é paralelo ao eixo  $Ox$ . O ponto médio de  $AB$  pertence a esse plano?

**Exercício 25.** Determine a equação do plano que contém o ponto  $A = (1, -2, 4)$  e é paralelo ao plano  $xOz$ . A origem pertence a esse plano? Esboce.

**Exercício 26.** Dados os planos  $2x + my + 3z - 5 = 0$  e  $nx - 6y - 6z = 0$ , determine os valores de  $m$  e  $n$  para que sejam paralelos.

**Exercício 27.** Calcule os valores de  $m$  para que os planos  $mx - 2y + z = 0$  e  $mx + y - 1 = 0$  sejam perpendiculares.

**Exercício 28.** Escreva a equação do plano que passa pelos pontos  $A = (1, -1, -2)$  e  $B = (3, 1, 1)$  e é perpendicular ao plano  $x - y + 3z - 5 = 0$ .

**Exercício 29.** Escreva a equação do plano que passa pelo ponto  $A = (1, 2, 3)$  e é perpendicular aos planos  $2x - y + 3z = 0$  e  $x + 2y + z = 0$ .

**Exercício 30.** Obtenha a equação do plano que passa pelo ponto  $A = (2, 2, -1)$  e é paralelo aos eixos coordenados  $Oy$  e  $Oz$ .

**Exercício 31.** Quais pares, das equações abaixo, determinam planos paralelos ?

(a)  $4x - 6y + 10z - 14 = 0$  e  
 $6x - 9y + 15z - 14 = 0$

(c)  $4x + 2y - 4z = 0$  e  
 $2x - 6z - 4 = 0$

(b)  $x = 1 - s + 2t, y = 3s - t, z = 2 + 2s - 2t$   
e  $x = 4 + s, y = 1 + s - t, z = 1 - t$

(d)  $x - 3z + 2 = 0$  e  
 $2x - 6z - 4 = 0$

**Exercício 32.** Quais pares, das equações abaixo, determinam planos perpendiculares?

(a)  $3x + 9y - 2z - 5 = 0$  e  $x - y - 3z - 4 = 0$

(b)  $x - 3y - z - 9 = 0$  e  $2x + y - z + 1 = 0$

(c)  $3x - 5y + z = 0$  e  $x + 5z + 8 = 0$

**Exercício 33.** Para que valores de  $m$  e  $n$  os pares de equações abaixo determinam planos paralelos?

(a)  $2x + my + 2z = 0$  e  $3x - y + nz - 2 = 0$

(b)  $mx + 3y - 2z - 1 = 0$  e  $2x - 5y - nz = 0$

**Exercício 34.** Determine os valores de  $m$  e  $n$  para que os pares de equações abaixo representem planos ortogonais.

(a)  $3x - 5y + mz - 3 = 0$  e  $x + 3y + 2z - 5 = 0$

(b)  $2x + my + 3z = 1$  e  $nx + y - 3z = 6$

(c)  $-2x + 7y - 3z = 0$  e  $x + my + nz - 1 = 0$

**Exercício 35.** Indique um vetor paralelo ao plano  $3x + 2y - z = 4$ .

**Exercício 36.** Escreva a equação do plano que passa pelo eixo  $Oz$  e pelo ponto  $A = (4, 3, 1)$ . Esboce o plano.